

Wie ist die Lage der Geraden zueinander?

a)

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Es wird auf Parallelität untersucht:

$$2 * \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Die Geraden sind parallel. Die Geraden werden nun gleichgesetzt, um zu überprüfen, ob sie identisch sind:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$r = 1 + 2s$ \Rightarrow in Gleichung 2 einsetzen:

$$3(1 + 2s) = 1 + 6s \Rightarrow 3 = 1 \quad \text{Widerspruch}$$

Die Geraden sind parallel, aber nicht identisch.

b)

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Es wird auf Parallelität untersucht:

Man erkennt an der 0 im ersten Richtungsvektor, dass die Geraden nicht parallel sein können.

Die Geraden werden gleichgesetzt, um einen möglichen Schnittpunkt zu ermitteln:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$r = -1 + 2s$$

$$s = 0 \quad \Rightarrow \text{in erste Gleichung} \Rightarrow r = -1$$

\Rightarrow beides in die dritte Gleichung einsetzen:

$$\Rightarrow 0 = 0 \quad \Rightarrow \text{Die Geraden haben einen Schnittpunkt}$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Es wird auf Parallelität untersucht:

Y und z sind bei den Richtungsvektoren identisch, x jedoch nicht. Damit sind die Geraden nicht parallel.

Die Geraden werden gleichgesetzt, um einen möglichen Schnittpunkt zu ermitteln:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Aus 2.te Gleichung:} \quad r = 1 + s$$

$$\text{Aus 3.te Gleichung:} \quad r = 2 + s \quad \Rightarrow \text{Widerspruch}$$

Die Geraden sind windschief.