

Bruchrechnung

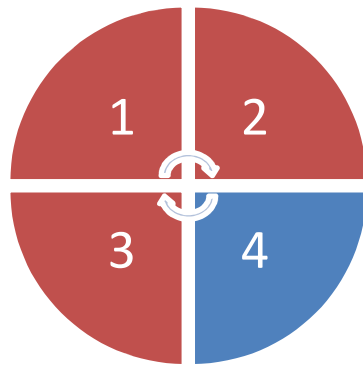
Begriffe

Ein Bruch hat folgende Form: $\frac{a}{b}$

Wobei a und b Ganze Zahlen sind und $b \neq 0$ ist.

Die Linie nennt man Bruchstrich. Die Zahl oberhalb des Bruchstriches (hier a) nennt man ‚Zähler‘. Bei der Zahl unterhalb des Bruchstriches (hier b) spricht man vom ‚Nenner‘.

Der Bruchstrich bedeutet ‚geteilt durch‘. 3:4 kann man also als $\frac{3}{4}$ schreiben.



Beachte:

Der Nenner gibt die Anzahl aller Segmente / Teile an. Der Zähler gibt die Anzahl der ausgewählten Segmente / Teile an.

Einfache Brüche

Jede Ganze Zahl a kann man als Bruch darstellen, indem man sie durch 1 teilt:

$$a = \frac{a}{1}$$

Folgende einfache Brüche sollte man am besten auswendig können:

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{3} = 0,3333$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{1}{9} = 0,1111$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

Gemischte Brüche

Gemischte Brüche haben die Form $a \frac{b}{c}$.

Man kann gemischte Brüche in Brüche nach folgendem Verfahren umwandeln:

$$a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$$

Beispiel:

$$3 \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

Um Brüche in gemischte Brüche zu wandeln, teilt man Zähler durch Nenner. Das Ergebnis wandert vor den Bruch. Der Rest ersetzt den Zähler. Der Nenner bleibt erhalten.

Beispiel:

$$\frac{21}{9} = 2 \frac{3}{9} \quad 21 : 9 = 2 \text{ Rest } 3$$

Kehrwert

Den Kehrwert eines Bruches erhält man, wenn man Zähler und Nenner austauscht:

Kehrwert $\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{b}{a}$, wobei $a, b \neq 0$ gilt

Beispiel: Der Kehrwert von $\frac{3}{4}$ ist $\frac{4}{3}$.

Erweitern

Man erweitert einen Bruch, indem man den Zähler und den Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert. Dabei wird der Wert des Bruches nicht verändert.

Beispiel:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$$

Kürzen

Das Kürzen ist die Umkehrung des Erweiterns. Dabei werden bei einem gegebenen Bruch der Zähler und der Nenner durch die gleiche Zahl geteilt. Der Wert des Bruches wird dabei nicht geändert.

Beispiel:

$$\frac{21}{28} = \frac{21:7}{28:7} = \frac{3}{4}$$

Multiplikation

Bei der Multiplikation zweier Brüche erhält man den neuen Zähler indem man die beiden alten Zähler multipliziert. Der neue Nenner ergibt sich aus der Multiplikation der alten Nenner:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Beispiel:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

Bei der Multiplikation einer ganzen Zahl mit einem Bruch wird der Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multipliziert:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

Beispiel:

$$\frac{3}{5} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Division

Man dividiert zwei Brüche indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Beispiel:

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{21}{10}$$

Addition und Subtraktion

Um zwei Brüche zu addieren, muss man zunächst die Brüche gleichnamig machen, d. h. man bringt die Brüche durch Erweitern auf einen gemeinsamen Nenner. Als gemeinsamer Nenner eignen sich alle gemeinsamen Vielfachen der beiden Nenner. Findet man kein einfacheres gemeinsames Vielfachen, so kann man den sogenannten Hauptnenner wählen. Dabei wird der erste Bruch mit dem Nenner des zweiten Bruches erweitert und umgekehrt. Haben die Brüche den gleichen Nenner, so übernimmt man ihn für das Ergebnis der Addition. Der Zähler des Ergebnisbruches ergibt sich aus der Addition der alten Zähler.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

Beispiele:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{8 + 15}{20} = \frac{23}{20}$$

Hier gibt es einen einfacheren gemeinsamen Nenner:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{9 + 2}{12} = \frac{11}{12}$$

Die Subtraktion erfolgt analog zur Addition. Es wird lediglich das Rechenzeichen ersetzt.