

Löse die linearen Gleichungssysteme mit geeigneten Verfahren

$$x + 3y - 2z = 1 \quad (1)$$

$$\wedge \quad 2x - y + 2z = 3 \quad (2)$$

$$\wedge \quad 3x + 2y - 5z = 0 \quad (3)$$

Mehrere Verfahren sind möglich. Geeignet scheint hier das Additionsverfahren. Die erste Gleichung wird mit -2 und -3 multipliziert und jeweils zur 2.ten bzw. 3.ten addiert

$$x + 3y - 2z = 1$$

$$\wedge \quad -7y + 6z = 1 \quad (4)$$

$$\wedge \quad -7y + z = -3$$

Nun bietet sich das Gleichsetzungsverfahren an:

$$1 - 6z = -3 - z$$

$$\Rightarrow -5z = -4$$

$$\Rightarrow z = 4/5$$

Das Ergebnis wird in (4) eingesetzt:

$$\Rightarrow -7y + 6 \cdot 4/5 = 1$$

$$\Rightarrow -7y = -19/5$$

$$\Rightarrow y = 19/35$$

Beide Ergebnisse werden in (1) eingesetzt:

$$x + 3 \cdot 19/35 - 2 \cdot 4/5 = 1$$

$$\Rightarrow x = (35 - 57 + 56)/35 = 34/35$$

$$L = \{(34/35 ; 19/35 ; 4/5)\}$$

$$x + 3y - 4z = 5 \quad (1)$$

$$\wedge \quad -2y + 2z = 3 \quad (2)$$

$$\wedge \quad 2x + 6y - 8z = 9 \quad (3)$$

Es bietet sich an, mit dem Additionsverfahren das x in (3) zu eliminieren. Man multipliziert (1) mit -2 und addiert sie zu (3):

$$x + 3y - 4z = 5 \quad (1)$$

$$\wedge \quad -2y + 2z = 3 \quad (2)$$

$$\wedge \quad 0 = -1 \quad (3)$$

Widerspruch ! $\Rightarrow L = \{ \}$

$$x + y - z = 1 \quad (1)$$

$$\wedge \quad 2x - 2y + 2z = 3 \quad (2)$$

Das System kann bei 3 Unbekannten und 2 Gleichungen keine eindeutige Lösung haben. Man multipliziert (1) mit 2 und addiert sie zu (2):

$$\Rightarrow 4x = 5$$

$$\Rightarrow x = 5/4$$

Das wird in (1) eingesetzt:

$$5/4 + y - z = 1$$

$$\Rightarrow y = z - 1/4$$

$$L = \{ (5/4 ; z - 1/4 ; z) \}$$